

无失效数据下航空轴承的可靠性分析

高攀东, 沈雪瑾, 陈晓阳, 张 涛

(上海大学 机械自动化工程系, 上海 200072)

摘 要: 针对某型航空轴承可靠性试验过程中出现的无失效问题,在对轴承寿命分布进行分析的基础上,首先根据多层 Bayes 法,研究了无失效可靠性试验中的试验分组问题,发现分组数在 6~9 之间选择时评估效果相对较好,且航空轴承的寿命越长分组数可以越少.其次,分析了多层 Bayes 法和 E-Bayes 法的原理和计算过程,通过 Monte Carlo 仿真,以最佳分组数为基础,发现两种方法的估计结果相差不大,但从可靠度角度综合来看,E-Bayes 法相对较优.最后讨论了超先验分布中参数 c 的选值问题,通过对比分析给出了相对较适合于航空轴承无失效数据分析时的参数值.

关 键 词: 航空轴承; Weibull 分布; 无失效数据; 多层 Bayes; 可靠性分析

中图分类号: V233.4; TB114.3

文献标志码: A

Reliability analysis for aircraft bearing with zero-failure data

GAO Pan-dong, SHEN Xue-jin, CHEN Xiao-yang, ZHANG Tao

(Department of Mechanical Automation Engineering,
Shanghai University, Shanghai 200072, China)

Abstract: For the zero-failure conditions of the aircraft bearing that may occur during the process of reliability test, on the basis of analysis about distribution of the aircraft bearing life, the problem of the test groupings was firstly analyzed according to the hierarchical Bayesian method; it was found that when the number of groupings in 6—9 was chosen, the effects of evaluation were relatively better. And the longer life of aircraft bearing indicated less number of groupings. Second, based on the optimum groupings, by analyzing the hierarchical Bayesian method and E-Bayes method, it was proved that the estimation results of the two methods were similar, but from the point of comprehensive reliability, E-Bayes method was better by comparing the estimation results based on the zero-failure data from the simulation values by Monte Carlo. Finally, the selected values of parameter c of the super prior distribution were discussed. Through comparison analysis, the relatively appropriate parameter values suitable for the aircraft bearing were found, providing a theoretical guidance for the reliability analysis of zero-failure data. An enterprise case was given to verify the conclusion.

Key words: aircraft bearing; Weibull distribution; zero-failure data;
hierarchical Bayesian; reliability analysis

航空、航天和军事等领域的机电产品一般具有高可靠性、长寿命、无失效的特点.针对航空轴

承可靠性试验中出现的无失效现象,基于寿命的传统可靠性评估方法已不再适用,为了能够准确

收稿日期:2014-03-03

基金项目:国家“十一五”重点科研项目上海大学子项目(D.09-0109-06-004)

作者简介:高攀东(1988—),男,河南周口人,硕士生,主要研究方向为轴承可靠性.

通讯作者:沈雪瑾(1963—),女,江苏苏州人,教授、博士生导师,博士,主要研究方向为摩擦与润滑以及机械设计、试验与性能评估.

E-mail:shenxj@shu.edu.cn

预测航空轴承的可靠性,国内外学者对此进行了大量的研究。

自从 Martz 和 Waller^[1]用无失效数据作验证试验以来,对无失效数据的研究已有 20 多年的历史.在无失效数据的处理中,为了充分利用产品的各种先验信息以提高评估的精度,常常采用 Bayes 方法.国内最早研究无失效问题的是茆诗松和罗朝斌^[2],他们提出了无失效数据处理方法,即通过配分布曲线获得无失效数据的可靠度估计. MAO 和 XIA^[3]给出了失效概率的多层 Bayes 估计,采用多层先验方法确定产品不同时刻失效概率的先验分布,以减少主观因素的影响.刘海涛等^[4]在 Weibull 分布场合下,通过对无失效数据的统计分析,利用凹凸性方法获得了产品可靠性指标的 Bayes 估计.1997 年,韩明^[5]指出了失效概率的先验分布应为减函数,并建议采用 Beta (1,3) 作为失效概率的先验分布.2003 年,韩明^[6]又将失效数据引入到无失效数据,提出了综合 Bayes 估计.2007 年,韩明^[7]在 Bayes 法的基础上又提出了无失效数据的 E-Bayes 估计,使无失效数据的处理方法研究更深入。

傅惠民等^[8]提出了 Weibull 分布下定时无失效数据的可靠性分析新方法,在形状参数下限已知的情况下,给出了可靠度和使用寿命的单侧置信下限.宁江凡等^[9]采用最小二乘法结合 Bayes 估计,给出了液体火箭发动机在无失效条件下的可靠性估计.王景芹等^[10]提出了采取不定时检查的方法对长寿命产品进行可靠性试验,并采用 Bayes 理论处理无失效数据.张玲霞等^[11]在多层 Bayes 的基础上提出了一种处理无失效数据的简化算法,估计结果稳健、简单实用.蔡国梁等^[12]讨论了双超参数无失效数据的 E-Bayes 可靠性分析,并证明了当 $S_i \rightarrow \infty$ 时, E-Bayes 估计与多层 Bayes 所得可靠性指标趋于相等.金光等^[13]利用相似因子和参数 Bootstrap 方法构造 Bayes 的先验分布,提出了一种针对小样本、无失效数据的可靠性评估方法。

另外,Miller, Morell 等^[14]结合软件可靠性中出现的无失效数据,给出了黑盒子模型.除此之外,还有很多学者研究了无失效数据处理的其他方面.比如 CHEN, SUN 等^[15]提出了无失效数据情形下的可靠性参数最优置信限法;张忠占等^[16]提出了解决无失效问题的极小 χ^2 法. HAN 和 LI^[17]在失效概率的先验分布为截尾 Beta 分布时,给出了失效概率的多层 Bayes 估计,结合极小

χ^2 法得到了对数正态分布下的可靠性估计。

综上,多层 Bayes 和 E-Bayes 是两种应用较多的无失效数据处理方法,而且理论研究已相当成熟,但是相关的试验研究却很少,而无失效数据来源于试验,试验设计对评估结果影响很大,有待深入研究.另外,关于超先验分布参数 c 的选值问题,还没有理论性的研究.本文主要针对以上问题给出了针对航空轴承的分析和建议,为航空轴承的无失效情况下的数据处理和可靠性分析提供理论指导。

1 航空轴承的寿命分布

Weibull 分布是用于寿命数据分析中应用最广泛的分布之一,大多数电子产品、机械产品等的寿命都服从 Weibull 分布.其分布函数为

$$F(t, \beta, \eta) = 1 - e^{-(\frac{t}{\eta})^\beta} \quad (1)$$

其中 η 为尺度参数,代表产品的特征寿命,其含义是可靠度 $R=0.3679$ 时对应的寿命值,即 $t_{0.3679} = \eta$; β 为形状参数,反映函数的离散程度, β 值越大函数分布越集中,如图 1 所示. β 值的大小与航空轴承所用的材料强度有关,一般国产材料的 β 值可参阅文献[18].

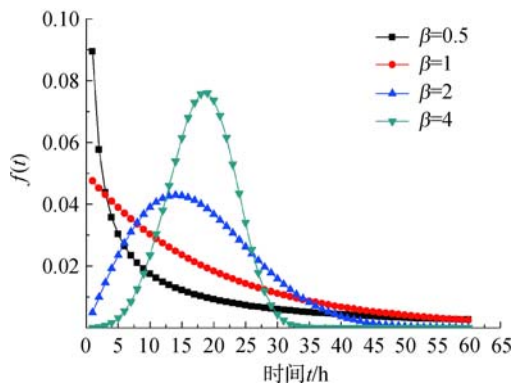


图1 形状参数 β 对分布函数的影响

Fig. 1 Influence of shape parameter β on distribution function

由 Weibull 分布函数可知,其可靠度函数、概率密度函数和失效率函数分别为

$$R(t) = 1 - F(t) = e^{-(\frac{t}{\eta})^\beta} \quad (2)$$

$$f(t, \beta, \eta) = \frac{\beta t^{\beta-1}}{\eta^\beta} e^{-(\frac{t}{\eta})^\beta} \quad (3)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{t}{\eta} \right)^{\beta-1} \quad (4)$$

概率密度函数分布图形如图 1 所示。

由图 1 可知,当形状参数 $\beta > 1$ 时,函数有一

个峰值,一般而言,航空轴承的寿命分布都是 $\beta > 1$ 的情况. 当 $\beta < 1$ 时,表示产品的失效率随时间增加而减少,即反映了早期失效的特征; $\beta = 1$ 时,表示失效率为常数的情况,即描述了偶然失效期; $\beta > 1$ 时,表示失效率随时间增加而递增的情况,即反映了耗损失效期. Weibull 分布还有一个很好的性质,它可以代表很多典型的分布,当形状参数 β 取不同值时,便可得到不同的分布类型. 也就是说,许多分布都可以看作是 Weibull 分布的特例. 由于它广泛的适应性,因而许多随机现象如寿命、强度、磨损等,都可以用 Weibull 分布来拟合.

2 无失效模型及数据结构

2.1 无失效模型

在可靠性试验中,设对航空轴承进行了 k 组定时截尾试验,截尾时间从小到大依次为 $T_1, T_2, \dots, T_k (T_1 < T_2 < \dots < T_k)$, 每组投入的试验样本数分别记为 $n_1, n_2, \dots, n_k$, 结果所有轴承无一失效,称 $(T_i, n_i) (i = 1, 2, \dots, k)$ 为无失效数据^[19]. 对于无失效数据,仅有的信息如下:

1) 记航空轴承在任一时刻 t_i 处的失效概率为 p_i , 则 $t=0$ 时刻,产品的失效概率 $p_0=0$ (或近似为 0).

2) 记 $s_i = n_i + n_{i+1} + \dots + n_k$, 它表示在截尾时间 T_i 时刻有 s_i 个样品的寿命大于 T_i . 因此,无失效数据也可记为 (T_i, s_i) .

3) 由 $0 < T_1 < T_2 < \dots < T_k$, 则有 $p_1 < p_2 < \dots < p_k$.

2.2 无失效数据结构

为了进行可靠性评估,必须有一定的试验数据,所要进行的可靠性试验的测试数据如表 1 所示,试验前对试验进行分组,确定每组投入的样本数 n_i , 以及每组截尾的时间 T_i . 试验中需要考虑分组数 i 、每组的截尾时间 T_i 和每组参试的样本数 n_i , 这些量的确定对可靠性评估结果都有不同程度的影响. 目前对这几个量的确定方法还没有理论方面的研究,所以试验时有很大的主观性. 表中 s_i 表示到每个截尾时间点 T_i 时尚未发生失效的试件总数.

3 可靠性试验的分组

为了讨论试验分组数对评估结果的影响,根据文献[9]的做法,运用 Monte Carlo 法产生服从 Weibull 分布的随机数(随机数的个数要远大于

航空轴承总试验套数,这里随机数的个数为 600), 产生该组数据的参数真值为 $\beta=1.5$ 和 $\eta=1000$, 得到一组无失效数据如表 1 所示.

表 1 轴承的无失效数据
Table 1 Zero-failure data of the bearing

分组数 i	截尾时间 T_i/h	样本数 n_i	未失效数 s_i
1	27.9	12	78
2	90.9	11	66
3	150.7	10	55
4	181.2	9	45
5	227.6	8	36
6	253.8	7	28
7	281.4	6	21
8	309.0	5	15
9	334.4	4	10
10	363.8	3	6
11	377.5	2	3
12	396.9	1	1

对产生的随机数按从小到大的顺序进行排序,然后将每 5 个数据分为一组,取前 12 组的数据进行分析. 对每一组数据,选取该组中最小的数据,然后取一略小于该最小值的数据作为该组的截尾时间 T_i , 则可认为在该时间点内试验必定都不发生失效. 假设共试验了 78 套航空轴承,每个时间点进行试验的套数为 n_i 且依次递减,试验到每个时间点尚未失效的航空轴承总套数记为 s_i .

按多层 Bayes 法的计算过程(见 4.1 节),根据表 1 所示的无失效数据,可以得到 Weibull 分布两参数(形状参数 β 和尺度参数 η)的估计值,把各分组情况下得到的估计值与真值进行比较,便可得出分组数对评估结果的影响,分析结果如图 2 所示.

从图 2 中可以明显地看出,两个参数的估计误差都随分组数的增加表现出先减小后增大的规律. 此时,当分组数为 9 时,评估效果达到最好,两个参数的估计值与真值的误差值均达到最小,尤其是形状参数 β 的误差接近于 0,也就是说估计值与真值几乎相等.

为了说明规律的一般性,下面分析 Weibull 分布参数变化时分组数对评估结果的影响规律. 结果如图 3 所示,仿真方法及分析过程同上,此时的参数真值变为 $\beta=3$ 和 $\eta=14000$. 从图 3 可以

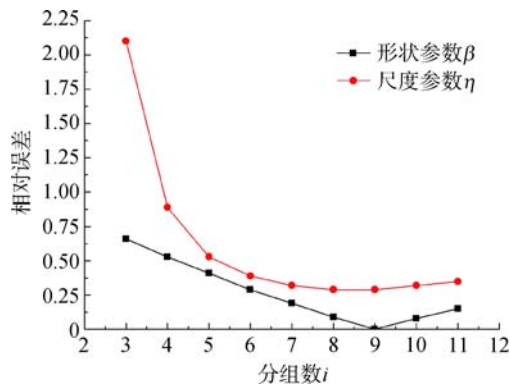


图2 两参数真值为 $\beta=1.5, \eta=1000$ 时, 分组数对估计结果的影响

Fig. 2 Influence of different groupings on estimate results ($\beta=1.5, \eta=1000$)

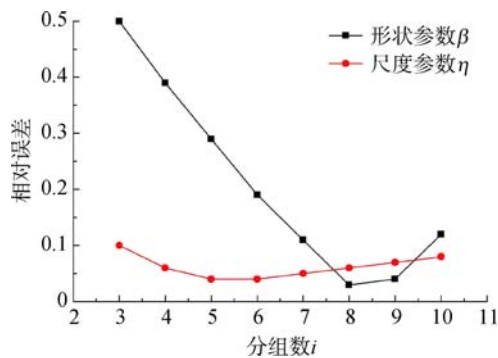


图3 两参数真值为 $\beta=3, \eta=14000$ 时, 分组数对估计结果的影响

Fig. 3 Influence of different groupings on estimate results ($\beta=3, \eta=14000$)

看出,两个参数变化时曲线图仍具有同图2相似的规律,即估计误差随分组数的增加表现出先减小后增大的规律.其中,形状参数 β 在分组数为8时的估计效果最好,而尺度参数 η 则是在分组数为5和6时达到最好,所以不能由此得出结论,需要从可靠度总体效果考虑,图4则反应了分组数对可靠度 R 的影响.

从图3可以看出,分组数虽然对两个参数估计值的影响各不相同,很难看出最佳分组数,但是从图4可靠度 R 来看,分组数为7时的估计效果最理想,跟真值的可靠度曲线最接近.由上面分析可知,随着 Weibull 分布参数的增大,最佳分组数有减小的趋势.由于尺度参数 η 代表产品的特征寿命,因此可以说随着轴承寿命的增加最佳分组数有减小的趋势.因为航空轴承的参数值一般也就在上面分析的两组参数之间变动,所以综合以上分析,建议航空轴承的可靠性试验分组数可以

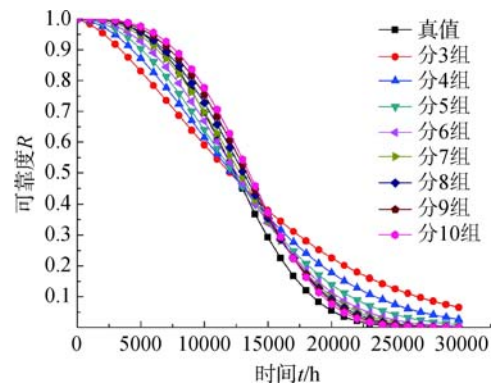


图4 分组数对可靠度的影响

Fig. 4 Influence of different groupings on reliability

在6~9组之间按轴承寿命长短选择,寿命越长分组数可以越少.

4 多层 Bayes 法和 E-Bayes 法的对比分析

4.1 多层 Bayes 法和 E-Bayes 法的原理及计算过程

记航空轴承在任一时刻 t_i 处失效概率为 p_i , 其估计值为 $\hat{p}_i$. 若失效概率 p_i 的先验密度函数为^[20]

$$\pi(p_i | a, b) = \frac{1}{B(a, b)} p_i^{a-1} (1 - p_i)^{b-1} \quad (5)$$

式中 a, b 为超参数, Beta 函数为

$$B(a, b) = \int_0^1 t^{a-1} (1 - t)^{b-1} dt$$

根据失效概率 p_i 的性质, p_i 值大的概率小, 而 p_i 值小的概率大, 所以 p_i 应为减函数. 通过求导可知, 当 $0 < a \leq 1, b > 1$ 时, $\pi(p_i | a, b)$ 是 p_i 的减函数.

根据 Bayes 假设和 Beta 分布的性质, 考虑到 Bayes 估计的稳健性问题, 一般取超参数 a 和 b 的分布为均匀分布

$$\pi_1(a) = 1 \quad \pi_2(b) = \frac{1}{c-1} \quad 1 < b < c \quad (6)$$

其中 c 是常数, 且不宜太大, 原因是 b 的取值不宜过大, 否则估计的稳健性不好, 所以 c 在 $[2, 7]$ 中选取是较适宜的^[11]. 但在工程应用中, c 的取值问题还需要根据具体产品而定, 本文第5部分具体讨论了航空轴承无失效数据处理时参数 c 的选值问题, 为其可靠性分析提供理论指导.

由以上分析, 当 a, b 按式(6)取均匀分布时, 则失效概率 p_i 的先验密度函数变为

$$\pi(p_i|b) = b(1-p_i)^{b-1} \quad 0 < p_i < 1 \quad (7)$$

4.1.1 多层 Bayes 法

根据上面的假设和 Bayes 定理,在平方损失下, p_i 的多层 Bayes 估计为

$$\hat{p}_{\text{dB}} = \frac{(s_i+1)\ln\left(\frac{s_i+c+1}{s_i+2}\right) - s_i\ln\left(\frac{s_i+c}{s_i+1}\right)}{c-1 - s_i\ln\left(\frac{s_i+c}{s_i+1}\right)} \quad (8)$$

4.1.2 E-Bayes 法

根据 4.1 节的假设和分析, p_i 的 E-Bayes 定义^[7]和 Bayes 定理,在平方损失下可得到 p_i 的 E-Bayes 估计为^[21]

$$\hat{p}_{\text{EB}} = \frac{1}{c-1} \int_1^c \frac{1}{s_i+b+1} db = \frac{1}{c-1} \ln\left(\frac{s_i+c+1}{s_i+2}\right) \quad (9)$$

4.2 可靠度的计算

在获得了诸时刻失效概率 p_i 的情况下,利用最小二乘法或加权最小二乘法求得 Weibull 分布两个参数的估计值.其中,加权最小二乘法的权值选择有 3 种^[22]:①等权 $\omega_i=1/k$;②按截尾时间长短设计的权值 $\omega_i = T_i / \sum_{i=1}^k T_i$;③按总试验时间

长短设计的权值 $\omega_i = n_i T_i / \sum_{i=1}^k n_i T_i$.研究表明,权值③的效果最好,所以本文选用此法设计权值.那么,由式(2)可靠度函数可求得在任一时刻 t 处航空轴承的可靠度估计为

$$\hat{R}(t) = e^{-(\frac{t}{\eta})^\beta} \quad (10)$$

4.3 两种方法的对比分析

分析数据沿用表 1,其中的参数 c 取区间中间值 5.根据前面第 3 节的分析结果,选前 9 组无失效数据进行对比分析,编程实现 4.1 节的计算过程,得到两种方法的估计值及相对误差如表 2 所示.

表 2 计算结果及相对误差

Table 2 Results and the relative error

项目	真值	多层 Bayes 法		E-Bayes 法	
		估计值	误差/%	估计值	误差/%
β	1.5	1.503	0.2	1.526	1.7
η	1000	1294.2	29.4	1239.2	23.9

将计算的可信度与真值可信度曲线进行对比分析,如图 5 所示.

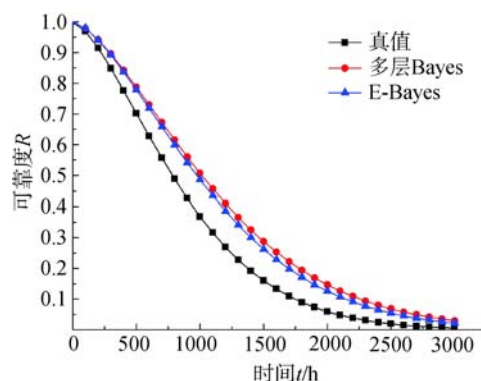


图 5 两种方法的估计结果与理想可靠度的对比

Fig. 5 Estimation results comparison between the two methods and the ideal reliability

由表 2 和图 5 可以看出,两种方法得到的估计结果与理想真值差别不大,尤其是形状参数 β 的误差极小,而且多层 Bayes 法的估计效果好于 E-Bayes 法.但从可靠度 R 总体来看,E-Bayes 法的估计效果好于多层 Bayes 法,且计算公式简单.其中,误差最大值出现在大约 $t=1250$ h,多层 Bayes 的最大绝对误差值为 0.14,而 E-Bayes 的最大绝对误差值为 0.12.

5 参数 c 的选值分析

如前文所述, b 的上限 c 一般取为 $2 \sim 7$, c 的不同取值对 Weibull 分布参数及可靠度估计结果都有一定的影响,如何取值才能更好地反应实际情况是值得研究的问题.

不失一般性,选用多层 Bayes 法分析 c 的不同取值对 Weibull 分布参数估计结果的影响,无失效数据沿用表 1,取前 9 组数据进行分析,已知其参数真值为 $\beta=1.5$ 和 $\eta=1000$.表 3 给出了参数 c 在不同取值下,Weibull 分布参数的估计结果.

表 3 参数 c 不同取值下形状参数和尺度参数的估算结果

Table 3 Estimation results under different values of parameter c

c	β	η	c	β	η
2	1.728	936.8	6	1.449	1423.8
3	1.638	1050.75	7	1.403	1559.1
4	1.565	1169.86	8	1.362	1700.1
5	1.503	1294.2	9	1.326	1847.3

从表 3 可以看出,随 c 的取值不同,两个参数的估计值均有变化,而变化规律正好相反. 参数 c 从 2 增到 9 的过程中,形状参数 β 一直减小,而尺度参数 η 则一直增大. 规律如图 6 所示,其中图 6(a)图反应了形状参数 β 随参数 c 的变化规律,图 6(b)图反应了尺度参数 η 随参数 c 的变化规律.

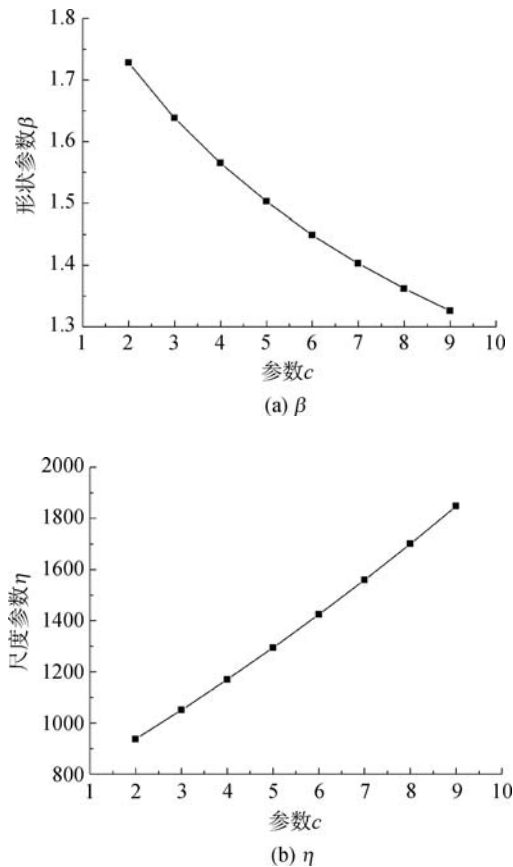


图 6 参数 c 的不同取值对形状参数 β 和尺度参数 η 的影响

Fig. 6 Influence of parameter c on shape parameter β and scale parameter η

由于两个参数的变化规律相反, β 最理想的估计值出现在 $c=5$,而尺度参数 η 最理想的估计值出现在 $c=3$,故由此并不能直接得到参数 c 的最理想取值. 图 7 反映了参数 c 的不同取值对可靠度 R 的影响,从中可以看到综合的影响结果. 其中,图 7(a)对应于图 6 和表 3 的情况,与理想曲线最接近的情况是 $c=3$.

为了说明规律的一般性,下面分析形状参数 β 和尺度参数 η 变化时,参数 c 的不同取值对可靠度 R 的影响. 从图 7 可以看出,随参数 c 的取值不同可靠度 R 曲线均有变化,图 7(a)中与理想曲线最接近的是 $c=3$ 的情况,图 7(b)中与理想曲线最接近的是 $c=4$ 的情况,图 7(c)中与理想曲线最

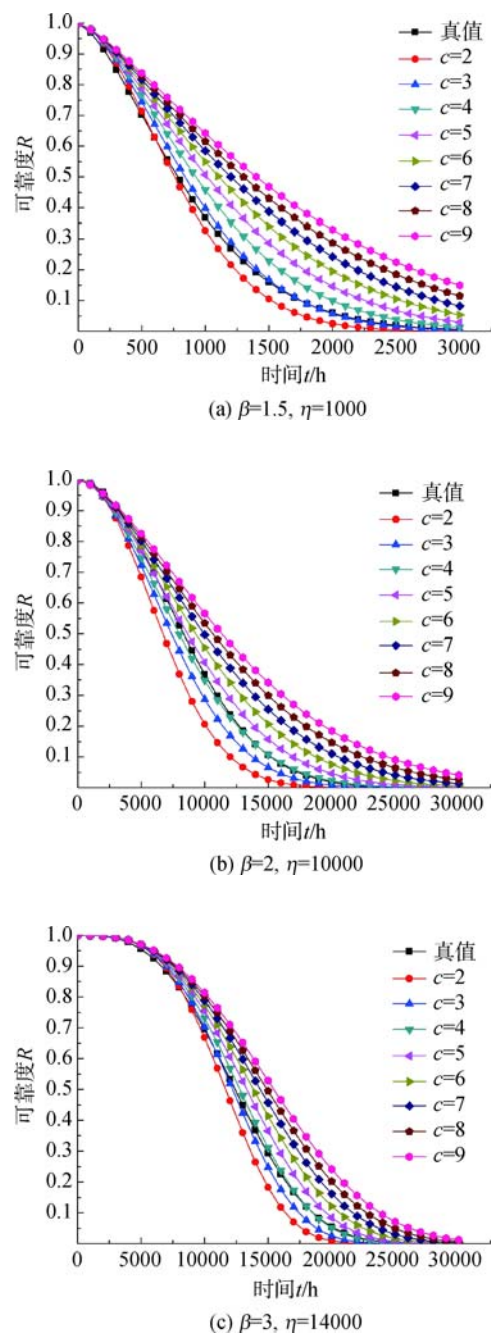


图 7 参数 c 的不同取值对可靠度的影响

Fig. 7 Influence of parameter c on reliability

接近的是 $c=4$ 的情况. 可以说,随着 Weibull 分布参数的增大, c 的最佳取值有增大的趋势. 而且从图 7 还可以看出, c 的取值越小,可靠度估计越“保守”,其实这对评估航空轴承可靠性来说是有利的. 针对航空轴承产品而言,一般 Weibull 分布的两个参数值也就在本文讨论的参数范围内,所以综合以上分析,针对航空轴承的无失效数据分析时, c 的选值不宜太大,建议根据航空轴承的寿命长短而定,一般短寿命轴承选 2~3,长寿命轴承选 4~5.

6 实例分析

陀螺仪是一种非常精密的导航仪器,其可靠性的关键是陀螺电动机的可靠性,而陀螺电动机发生故障的主要原因是陀螺电动机转子轴承的失效,因此针对该型轴承进行可靠性试验并进行可靠性分析。

对21套某轴承公司生产的陀螺转子轴承进行定时截尾试验,结果所有产品无一失效,获得的无失效数据见表4。

分别利用多层 Bayes 法和 E-Bayes 法分析表4中的数据,得到其可靠度的估计结果,并将两种方法的评估结果进行对比分析,表5给出了7组

时间下不同参数 c 对应的可靠度估计结果。另外,根据工程部门提供的可靠性数据,该型轴承在1300 h以内,其可靠性为100%。

表4 无失效数据

Table 4 Zero-failure data

分组数 i	截尾时间 T_i/h	样本数 n_i	未失效数 s_i
1	135	6	21
2	280	5	15
3	370	4	10
4	665	3	6
5	1150	2	3
6	1300	1	1

表5 可靠度估计结果

Table 5 Estimation results of the Reliability

可靠度	方法	时间 t/h						
		100	300	500	700	900	1100	1300
$R(t_i)$	E-Bayes($c=2$)	0.9937	0.9837	0.9747	0.9663	0.9583	0.9505	0.9431
	E-Bayes($c=5$)	0.9743	0.9403	0.9123	0.8873	0.8645	0.8434	0.8235
	E-Bayes($c=7$)	0.9617	0.9151	0.8781	0.8461	0.8176	0.7911	0.7668
	多层 Bayes($c=2$)	0.9759	0.9353	0.8986	0.8646	0.8325	0.8023	0.7735

从表5容易看出,E-Bayes法在 $c=2$ 时的可靠度估计结果最符合工程部门提供的数据,而且结果偏于保守,符合本文结论。另外,由于试验成本的限制,试验只做到了6组,根据本文结论,如果能做到9组,评估效果会更好。从表中也可以明显看出,同样的参数下E-Bayes法优于多层 Bayes 法。

7 结论

通过以上分析,在航空轴承寿命服从 Weibull 分布的情况下,可以得到以下结论:

1) 通过 Monte Carlo 仿真对比多层 Bayes 法和 E-Bayes 法,发现两种方法的分析结果较接近,且相对误差都不大。但从可靠度总体来看,E-Bayes方法估计结果相对较好,而且计算简单,所以建议使用 E-Bayes 法进行无失效数据处理。

2) 在进行航空轴承的无失效可靠性试验时,试验分组数应在6~9之间选择,且轴承寿命越长试验组数可以分得越少。

3) 选用多层 Bayes 法或 E-Bayes 法对航空轴承的无失效数据进行分析处理时,超先验分布

中的参数 c 建议根据航空轴承的寿命长短在2~5之间选择,且寿命越长 c 值应该取得越大。

参考文献:

- [1] Martz H F, Waller R A. A Bayes zero-failure reliability demonstration testing procedure[J]. Journal of Quality Technology, 1979, 11(3): 128-137.
- [2] 茆诗松, 罗朝斌. 无失效数据的可靠性分析[J]. 数理统计与应用概率, 1989, 4(4): 489-506.
MAO Shisong, LUO Chaobin. Reliability analysis about zero-failure data[J]. Mathematical Statistic and Applied Probability, 1989, 4(4): 489-506. (in Chinese)
- [3] MAO Shisong, XIA Jianfeng. The hierarchical Bayesian analysis of the zero-failure data[J]. Applied Mathematical Journal of Chinese University, 1992, 7(3): 411-421.
- [4] 刘海涛, 张志华. 威布尔分布无失效数据的 Bayes 可靠性分析[J]. 系统工程: 理论与实践, 2008(11): 103-108.
LIU Haitao, ZHANG Zhihua. Bayesian reliability analysis of Weibull zero-failure data[J]. Systems Engineering: Theory and Practice, 2008(11): 103-108. (in Chinese)
- [5] 韩明. 多层先验分布的构造及其应用[J]. 运筹与管理, 1997, 6(3): 31-40.
HAN Ming. The structure of hierarchical prior distribution and its applications[J]. Operations Research and Manage-

- ment Science, 1997, 6(3): 31-40. (in Chinese)
- [6] 韩明. 产品无失效数据的综合处理[J]. 机械工程学报, 2003, 39(2): 129-132.
- HAN Ming. Synthesize process for zero-failure data of the products[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2003, 39(2): 129-132. (in Chinese)
- [7] 韩明. 失效概率的 E-Bayes 估计及其性质[J]. 数学物理学报, 2007, 27(3): 488-495.
- HAN Ming. The failure probability estimation of E-Bayes and its properties[J]. Acta Mathematica Scientia, 2007, 27(3): 488-495. (in Chinese)
- [8] 傅惠民, 张勇波. Weibull 分布定时无失效数据可靠性分析方法[J]. 航空动力学报, 2010, 25(12): 2807-2810.
- FU Huimin, ZHANG Yongbo. Method of reliability analysis for time truncated zero-failure data based on Weibull distribution[J]. Journal of Aerospace Power, 2010, 25(12): 2807-2810. (in Chinese)
- [9] 宁江凡, 鄢小清, 张士峰. 液体火箭发动机无失效条件下的可靠性分析方法[J]. 国防科技大学学报, 2006, 28(5): 22-25.
- NING Jiangfan, YAN Xiaoqing, ZHANG Shifeng. Study on reliability analysis method for liquid rocket engine in the case of zero-failure data[J]. Journal of National University of Defense Technology, 2006, 28(5): 22-25. (in Chinese)
- [10] 王景芹, 陆俭国, 唐义良. 无失效数据时电器产品可靠性的估计[J]. 系统工程与电子技术, 2000, 22(3): 78-80.
- WANG Jingqin, LU Jianguo, TANG Yiliang. Estimation method of reliability characteristic parameter for zero-failure data of electrical apparatus[J]. Systems Engineering and Electronics, 2000, 22(3): 78-80. (in Chinese)
- [11] 张玲霞, 陈明. 无失效数据 Bayes 可靠性分析的一种新方法[J]. 系统工程与电子技术, 2001, 23(12): 107-109.
- ZHANG Lingxia, CHEN Ming. New Bayes estimation method of reliability characteristic parameter in the case of zero-failure [J]. Systems Engineering and Electronics, 2001, 23(12): 107-109. (in Chinese)
- [12] 蔡国梁, 吴来林, 唐晓芬. 双超参数无失效数据的 E-Bayes 可靠性分析[J]. 江苏大学学报: 自然科学版, 2010, 31(6): 736-739.
- CAI Guoliang, WU Lailin, TANG Xiaofen. E-Bayes reliability analysis of double hyper-parameters zero failure data [J]. Journal of Jiangsu University: Natural Science Edition, 2010, 31(6): 736-739. (in Chinese)
- [13] 金光, 冯静. 长寿命卫星活动部件 Bayes-Weibull 可靠性评估方法[J]. 系统工程与电子技术, 2009, 31(8): 2020-2023.
- JING Guang, FENG Jing. Bayes-Weibull reliability assessment method for long life satellite moving component[J]. Systems Engineering and Electronics, 2009, 31(8): 2020-2023. (in Chinese)
- [14] Miller K W, Morell L J, Noonan R E, et al. Estimating the probability of failure when testing reveals no failures[J]. IEEE Transactions, on Software Engineering, 1992, 18(1): 33-43.
- [15] CHEN Jiading, SUN Wanlong, LI Buxi. The confidence limits for reliability parameters in the case of no failure data[R]. Progressing of the Asian Conference on Sta. Com, 1993: 17-20.
- [16] 张忠占, 杨振海. 无失效数据的处理[J]. 数理统计与应用概率, 1989, 4(4): 507-516.
- ZHANG Zhongzhan, YANG Zhenhai. Zero-failure data-process[J]. Mathematical Theory and Applied Probability, 1989, 4(4): 507-516. (in Chinese)
- [17] HAN Ming, LI Yiqun. Hierarchical Bayesian analysis of the zero-failure data[J]. Mathematical Application, 2000, 13(1): 80-84.
- [18] 周希沅. 国产材料疲劳寿命分布参数 α 的初步估计[J]. 航空学报, 1990, 11(10): 488-491.
- ZHOU Xiyuan. Preliminary estimation of the shape parameters of fatigue life distribution for home-made materials [J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1990, 11(10): 488-491. (in Chinese)
- [19] 韩明. 某型发动机无失效数据的 Bayes 可靠性分析[J]. 航空学报, 1999, 20(5): 216-219.
- HAN Ming. Bayesian reliability analysis of zero-failure data of a certain model engine[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 1999, 20(5): 216-219. (in Chinese)
- [20] 韩明. 基于无失效数据的可靠性参数估计[M]. 北京: 中国统计出版社, 2005.
- [21] 韩明. 无失效数据下液体火箭发动机的 E-Bayes 可靠性分析[J]. 航空学报, 2011, 32(12): 2213-2219.
- HAN Ming. E-Bayes reliability analysis for liquid rocket engine with zero-failure data[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2011, 32(12): 2213-2219. (in Chinese)
- [22] 菲诗松, 王玲玲, 濮晓龙. 威布尔分布场合无失效数据的可靠性分析[J]. 应用概率统计, 1996, 12(1): 95-107.
- MAO Shisong, WANG Lingling, PU Xiaolong. Reliability analysis for Weibull zero-failure data[J]. Chinese Journal of Applied Probability and Statistics, 1996, 12(1): 95-107. (in Chinese)

(编辑:秦理曼)